

Петренко О.О. — рецензент *Богонов Ю.Є.*
ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”

Про можливий новий підхід до рішення вироджених систем лінійних рівнянь

При застосуванні методу діагональної модифікації [1], призначеного для рішення погано обумовлених задач, при певних доповненнях стає можливим вирішення рівнянь з виродженою матрицею A , коли однозначність рішення втрачається, а визначник матриці $\det A = 0$. Умова $\det A = 0$ при LU -розкладанні збігається з умовою $\det U = 0$, тому що завжди $\det L = 1$ (при виборі одиничних діагональних елементів цієї матриці). В свою чергу, $\det U = 0$ через появу ненульового діагонального елемента (звичайно в самому кінці U матриці, якщо застосовується впорядкування рівнянь при їх рішенні).

Пропонується наступний метод виходу з тупика і отримання безлічі можливих рішень лінійних систем рівнянь з виродженими матрицями коефіцієнтів:

1. Проводиться довільне коректування матриці U шляхом заміни її нульового діагонального елемента довільним значенням g , що вибирається, наприклад, з урахуванням середнього значення елементів першого рядка матриці U .

2. Знаходиться рішення $x^{(1)}$ для нової (вже не виродженої) задачі і заданого вектора правої частини b .

3. Для знаходження інших можливих рішень виродженої системи пропонується знаходити додаткове рішення $x^{(2)}$ для тієї ж нової (не виродженої) задачі і допоміжного вектора правої частини b_1 , який містить одиницю в позиції, визначуваній номером рядка матриці U , нульовий діагональний елемент якої коректувався, і нулі у всій решті позицій.

4. Можливі рішення виродженої задачі знаходяться комбінацією двох рішень невірдженої скоректованої задачі

$$x = x^{(1)} + kx^{(2)},$$

де $k = ig, i = \pm 1, 2, 3 \dots$

Оскільки базове рішення $x^{(1)}$, як було виявлено, не залежить від вибору корегуючої константи g , то коефіцієнт k в наведеній композиції можна вибрати з умови отримання заданого значення одного з компонентів можливого вектора рішення. Цікаво відмітити, що сума складових векторів всіх можливих рішень інваріантна

Працездатність запропонованого алгоритму ілюструється прикладами.

Література

1. Фельдман Л.П. Чисельні методи в інформатиці /Фельдман Л.П., Петренко А.І.,Дмитрієва О.А. (підручник). – Київ, ВНУ, 2006. – 600 с.